Übungen zur Didaktik der Geometrie und Stochastik

M. Kramer
Blatt Nr. 6
Gruppenabgabe bis zum
8. Juni (spätestens 15. Juni) 2016 in der Didaktik

Denken und Handeln

Thema dieses Blattes ist die Bedeutung von handlungsorientierter Didaktik. Theorie und Praxis, Denken und Handeln finden in zwei sich gegenseitig beeinflussenden und irritierenden Systemen statt. Fritz Simon schreibt hierzu:
"Die Entwicklung der Psyche eines Menschen ist nicht losgelöst von der Entwicklung seines Körpers zu erklären und umgekehrt auch die des Körpers nicht, ohne die psychischen Bedingungen zu berücksichtigen. Bezogen auf den ganzen Menschen stellen Organismus und Psyche eines Individuums eine koevolutive Einheit dar, d. h., die Veränderungen des einen wirken als Auslöser für Veränderungen des anderen."[1]

Aufgabe 1: Verständlichmacher (0,5 Punkte)

Wenden Sie bei der Bearbeitung dieses Übungsblattes die Verständlichmacher in Ihren Lösungen an.

Aufgabe 2: Begriffe (1,5 Punkt)

Der Begriff der *strukturellen Kopplung* hat Humberto Maturana geprägt. Was versteht man darunter? Was versteht man unter *Koevolution*?
Wo gibt es strukturelle Kopplungen in Ihrem Alltag bzw. in der Vorlesung. Skizzieren Sie insgesamt drei Beispiele.

Aufgabe 3: Symmetrische Gruppen[2] (2 Punkte)

Die symmetrischen Gruppen gehören zu den wichtigsten Beispielen für Gruppen und tauchen auch bei der Berechnung der Determinante auf.

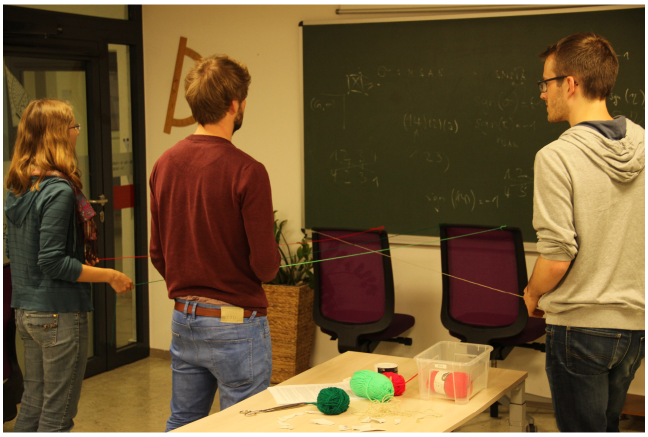
Überlegen Sie sich, wie Sie die folgenden mathematischen Objekte und Identitäten erfahrbar machen können:

- das neutrale Element der Gruppe
- die Verknüpfung zweier Permutationen
- das inverse Element einer Permutation
- das Signum einer Permutation
- $sgn(\tau) = -1$ für alle Transpositionen τ
- die Multiplikationsregel $sgn(\sigma \circ \tau) = sgn(\sigma)sgn(\tau)$

Beschreiben Sie bzw. dokumentieren Sie Ihr Vorgehen so genau, dass eine andere Gruppe

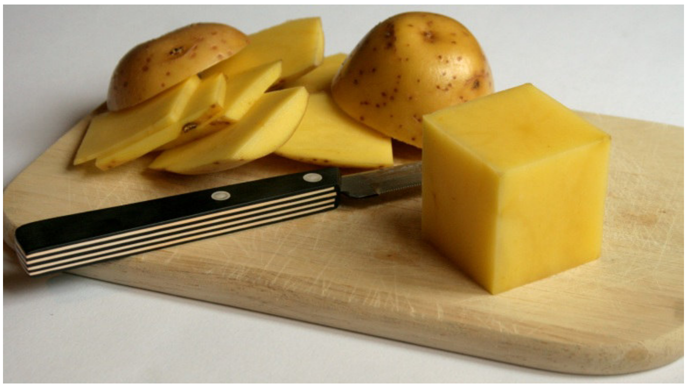
---
[1] Simon, F.; Einführung in Systemtheorie und Konstruktivismus; Carl Auer Heidelberg 2013, 6. Auflage, S. 79 ff.
[2] Aufgabenstellung in Anlehnung an die Farbgruppe Sunrise.

es nachvollziehen kann. Sie sollen die mathematischen Gegenstände „nur" erfahrbar machen, es geht nicht um einen haptischen Beweis. Sie sind in der Umsetzung völlig frei.



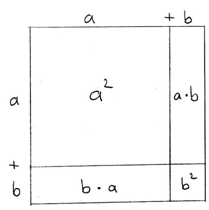
Bemerkung 1: Die Gruppe „Sunrise" hattefolgende Idee, vielleicht wollen Sie sich anregen lassen: *Sie benötigen für diese Übung doppelt so viele Seile oder gut sichtbare Bindfäden von ungefähr 2m Länge, wie Sie Gruppenmitglieder haben. Binden Sie die Hälfte der Seile mit genügend Abstand nebeneinander (z. B. an die Fahrradständer vor der Mensa) und ergreifen Sie je eines der freien Seilenden. Die Elemente der symmetrischen Gruppe sind Permutationen, also Vertauschungen. Wenn Sie untereinander die Plätze tauschen, wird die Permutation sichtbar in der Überkreuzung der Schnüre.*
Die Tutorengruppe nahm diesen Hinweis als Anregung, benutzten allerdings weniger Schnüre.
Bermerkung 2: „Für viele Mathematikstudenten ist der Schritt von der Schule in die Universität ein großer. Dabei besteht die Herausforderung zum Großteil darin, Wege zu finden, den geringeren über den Stoff hinausgehenden Input mit eigenen Methoden, z. B. der Visualisierung, zu kompensieren. Gleichzeitig ist es eine unverzichtbare Aufgabe jedes Schullehrers, auch für abstrakte mathematische Konzepte Anschauung zu entwickeln. Ich bin der Überzeugung, dass nur jemand, der für sich selbst die Grenze vom Abstrakten zum Konkreten und zurück oft genug überschritten hat, das Gespür dafür hat, welche Herausforderungen das für Lernende bedeutet – unabhängig von der vom Lehrer gefühlten Schwierigkeitsstufe." (Gruppe Sunrise)

Aufgabe 4: (2 Punkte, ggf. 0,5 Zusatzpunkte)



Hinweis: Bei dieser Aufgabe soll sich jeder von Ihnen mit dem Material „Kartoffel" vertraut machen. Zentral ist, dass jede und jeder Hand anlegt. Für diese Aufgabe benötigen Sie einen Kartoffelwürfel. Da Sie vermutlich viele Kartoffeln zerlegen, eignet sich die Übung gut vor dem Abendessen.

a. Die Gleichung für das Volumen einer Pyramide ($\boldsymbol{V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h}$) soll haptisch erfahren werden.[3] Zerlegen Sie hierzu einen Kartoffelwürfel in drei Pyramiden mit quadratischer Grundfläche, ohne dass ein Rest entsteht. Als Lösung geben Sie bitte ein Foto Ihrer Zerlegung ab.



b. Wahrscheinlich kennen Sie die Veranschaulichung des ersten binomischen Gesetzes $\boldsymbol{(a+b)^2 = a^2 + ab + ba + b^2}$ über die Fläche (s. Abbildung). Interpretieren Sie die entsprechende Formel $\boldsymbol{(a+b)^3}$ geometrisch mit einer Kartoffel. Bitte geben Sie für Ihre Lösung ein Foto ab.

Zusatz: Bereiten Sie mit den Kartoffeln bzw. ihren Pyramiden als Beilage ein Gericht. Machen Sie zum Nachweis ein Foto Ihres gemeinsamen Mahls, bei dem Sie alle zu sehen sind und geben Sie dieses mit der Ausarbeitung ab. Sie können auch gerne ihre WG etc. bekochen, falls Sie keine Zeit für ein Farbgruppenessen finden (0,5 Zusatzpunkte).

[3] Für die allgemeine Formel müsste man einen Quader in drei volumengleiche Pyramiden zerlegen. Im Fall eines Würfels gelingt das deckungsgleich.